

中国科学技术大学

2018—2019学年第一学期期末试卷

考试科目 时间序列分析 得分 _____

所在系 _____ 姓名 _____ 学号 _____

考试时间: 2019年1月3日上午9:45—11:45; 使用简单计算器

一. (26分) 填空题(每题2分,答案请写在答题纸上):

1 称时间序列 x_t 是另一个时间序列 y_t 的Granger原因, 指_____, 向量自回归模型VAR(p), 变量个数为N, 那么待估计的参数个数是_____.

2 设ARMA(1, 2): $X_t = 0.1X_{t-1} + \epsilon_t - 0.5\epsilon_{t-1} + a\epsilon_{t-2}$, 当 a 满足_____条件时, 模型是可逆的.

3 设AR(p)模型

$$X_t = \phi_0 + \phi_1 X_{t-1} + \cdots + \phi_p X_{t-p} + \epsilon_t$$

的传递形式为 $X_t = \mu + \sum_{k=0}^{\infty} \psi_k \epsilon_{t-k}$, 则 $\sum_{k=0}^{\infty} \psi_k (\frac{1}{2})^k =$ _____.

4 设 $\{X_t, t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ 是满足MA(q)模型

$$X_t = \mu + \epsilon_t + \theta_1 \epsilon_{t-1} + \cdots + \theta_q \epsilon_{t-q}, \quad \epsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$$

的序列, 则已知 X_t, X_{t-1}, \dots 时, X_{t+l} 的最佳线性预测 $\hat{X}(t+l) (l \geq 1)$ 的均方误差是_____.

5 若 Y_t 满足 $\nabla_{12} \nabla Y_t = \epsilon_t - \theta \epsilon_{t-1} - \Theta \epsilon_{t-12} + \theta \Theta \epsilon_{t-13}$, 该模型为一个季节周期为_____的乘法季节模型, 记为_____.

6 如果模型中存在信息影响不对称现象, 即好消息和坏消息对波动有不同影响. 这种情况一般采用_____模型和_____模型.

7 时间序列 $\{X_t\}$, 满足下列三个条件_____时, 称其为平稳过程.

8 $Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \epsilon_t$, 已知 $\rho_1 = 0.4, \rho_2 = 0.2$, 则 $\phi_1 =$ _____, $\phi_2 =$ _____.

9 设随机变量 U 与 V 不相关且方差相等为 σ^2 , 且二阶矩存在. 令 $X_t = U \cos(\omega t) + V \sin(\omega t), t \in T$, 则序列 $\{X_t, t \in T\}$ 的自相关函数 $\rho(s, t) =$ _____.

二. (24分) 简单计算题(每题8分,答案请写在答题纸上)

- 1 对ARIMA(p, d, q)模型, 确定 p, d, q , 并求出 $E\Delta Y_t$ 和 $Var(\Delta Y_t)$.

$$Y_t = 10 + 1.5Y_{t-1} - 0.5Y_{t-2} + \epsilon_t - 0.5\epsilon_{t-1}, \quad \epsilon_t \sim WN(0, 1).$$

- 2 对ARMA(1,1)序列 $X_t = 0.5X_{t-1} + \epsilon_t - 0.25\epsilon_{t-1}, \epsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$, 求解它的自相关系数 $\rho_k, k \geq 2$ 的递推式.

- 3 对任意一个MA(1)序列,

$$X_t = \epsilon_t + \theta\epsilon_{t-1}, \quad \epsilon_t \sim WN(0, \sigma^2),$$

求证它的1阶自相关系数满足 $-1/2 \leq \rho_1 \leq 1/2$

三. (50分) 计算题(每题答案请写在答题纸上):

1. 考虑如下的时间序列模型ARMA(2,1)

$$(1 - B + 0.5B^2)X_t = (1 + 0.4B)\epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim WN(0, \sigma^2),$$

- (1) 判断ARMA(2,1)模型的平稳性和可逆性.
(2) 如果是平稳的, 计算线性过程 $X_t = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j \epsilon_{t-j}$ 的系数 ψ_1, ψ_2, ψ_3 .
(3) 如果是可逆的, 请写出该过程的逆转形式.

2. 考虑一GARCH(1,1)模型,

$$y_t = \sqrt{h_t}\epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim IID N(0, 1), \\ h_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}, \quad \alpha_0, \alpha_1, \beta_1 \geq 0, \alpha_1 + \beta_1 < 1.$$

- (1) 验证 y_t^2 为ARMA(1,1)模型,

$$y_t^2 = \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta_1)y_{t-1}^2 + u_t - \beta_1 u_{t-1}, \quad u_t = y_t^2 - h_t.$$

- (2) 计算 y_t^2 的均值和自协方差函数 γ_k .

3. 设 X_t 为一ARMA(1,1)序列

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \epsilon_t + \theta_1 \epsilon_{t-1}, \quad \epsilon_t \sim WN(0, \sigma^2).$$

令 $Y_t = \frac{1}{2}(X_t + X_{t-1})$,

- (1) 基于 X_{t-1}, X_t 对 Y_{t+1} 做最佳线性预测, 给出表达式, 并计算均方误差.
(2) 求 Y_t 的谱密度.