偏微分方程(II)课程讲义勘误-01

章俊彦*

勘误时间：2026 年 3 月 15 日　　勘误版本：20260301

- 第241页定理C.2.1证明的第二行，应为 $\boldsymbol{x}+he_i\in U$, 不是 U_ε.
- 第1页定义1.0.1中的u的定义域应该改成$\overline{U}$.
- 第3-4页函数 u,v 定义里面部分$\leqslant$应该改为$<$，否则会变成多值函数。
- 第7页U_i的定义漏了大括号。
- 第8页的$\sum\limits_{i=1}^{\infty}$均要改为从$i=0$开始求和，部分范数的$||$打成了$|$.（是AI识别转化LaTeX代码错误所致）
- 第16页零迹定理证明第一步末尾，“光滑截断”实际上是指“w_m是f被光滑函数ζ_m在$\mathbb{R}^{d-1}\times[\frac{1}{m},\infty)$上截断所得的函数”。
- 第18页零迹定理证明的第三步中，η应为d维的卷积光滑子而不仅仅是x_d方向的，否则它未必关于所有变量都光滑。
- 第19页1.4.1节第三行应该是“不依赖函数f”。
- 第20页最后两个不等式的右边第一项里面应该是$\mathrm{d}t_1$而不是$\mathrm{d}t_i$.
- 第31页习题1.4.3的常数C应该依赖d,α,U.
- 第33页1.5节第三行应该是$\{x\}:=x-[x]$，原始版本漏了括号（是AI识别转化LaTeX代码错误所致）
- 第42页问题2.2.1题设错误，现已更换为一道新题。
- 第42页问题2.2.2第四行应该是$\boldsymbol{x}\in U$.
- 第44页2.3.2节第一行L^*的定义中，右边第一项漏了负号。
- 第46页第3步增加验证$u\in H_0^1(U)$的步骤，第4步第四行的“唯一”不正确，只能说明有解（实际不唯一）。
- 第50页断言证明第二行不需要展开u.
- 第53页习题2.4.2多打了条件“$\lambda_1>0$”，应当去掉，且证明后的“对任意正整数k”也去掉。
- 第53-54页问题2.4.1，改成了对一般的光滑系数对称椭圆算子的情况。（证法仍然一样）
- 第57-58页定理2.5.2证明里面应该取$V\Subset W_1\Subset W_2\Subset U$，不能只插入一个紧集（因为要额外留位置给差商带来的平移，以及作截断），$|A_1|$估计的右边第二项漏了一个ζ.

*中国科学技术大学数学科学学院. Email: yx3x@ustc.edu.cn

- 第68-69页Harnack不等式证明里面:$\partial_k z(\boldsymbol{x}_0) = 0$而不是$\partial_k w(\boldsymbol{x}_0) = 0$，$\partial_k \partial_l z$表达式多了一个加号，$-a^{kl}\partial_k\partial_l z + b^k\partial_k z$计算过程第二行第三项系数是-8不是-4。(2.6.4)下方第二行C_ε后面乘的是ζ^2而不是η^2，下方第四行是$\zeta^3|\nabla w|$. $-a^{kl}a^{ij}\partial_k\partial_l\partial_i v\,\partial_j v$的估计中最后一个等号右边第一项多了负号。最后一段估计里面的第一行右边第二项应该是$\theta^2|\nabla^2 v|^2$.
- 第70页注记2.6.1中，第一个不等式左边应该是 $\Delta(\varphi w) + 2\nabla v \cdot \nabla(\varphi w)$，右边第二项系数是4。在"若$w(\boldsymbol{x}_0) \geqslant 1$"后面应该是 $\zeta^4 w(\boldsymbol{x}_0) \leqslant 2C'd$.
- 第72页问题2.6.2漏了条件$g|_{\partial U} = 0$.
- 第72-73页问题2.6.3(2)的第一个恒等式应该删掉第二项。
- 第73页问题2.6.4倒数第二行的ψ应该改成φ，注记2.6.3内容修正。
- 第74页问题2.6.5(3)应该限制在$\{|\nabla u(\boldsymbol{x})| \neq 0\}$上讨论。
- 第76页Caccioppoli不等式的常数应为16，而不是4.
- 第77页Moser迭代的结论右边应该是$B(\mathbf{0}, R)$，证明过程中也需作对应修改。
- 第80页定理2.7.8（振幅定理）的大球应为$B(\mathbf{0}, 2)$而不是$B(\mathbf{0}, 1)$（Han–Lin的书上写得有点问题），对应地，定理2.7.4的证明过程中$R_k = R_0/4^k$.