

偏微分方程(I)课程讲义勘误

章俊彦*

勘误时间：2025年8月28日 勘误版本：20250712

- 第8页第1行，定义1.1.1的标题应为“一维传输方程的特征曲线”。第4行，“特征线法”后面漏了“求得”一词。倒数第2行，括号的位置应该在 $C = \pm 1$ 后面。
- 第9页1.1.3节第7行，“讲”应为“将”。该节第12行加粗字体应改为“如上解存在的前提是不同的特征线彼此不相交”。
- 第11页第10行，“唯一”一词应为“为例”。
- 第14页第一行， \mathbf{x} 应改为 \mathbf{x} 。定义1.3.1的(1.3.4)式应为 $\dot{\mathbf{p}}(s) = -\nabla_{\mathbf{x}}F(\mathbf{p}(s), z(s), \mathbf{x}(s)) - \nabla_z F\mathbf{p}(s)$ 。
- 第15页例1.3.1解的第一行应为 $\mathbf{b} := (-y, x)$ 。
- 第17页例1.3.3增加了证明过程，第24页习题1.3.3取消。定义1.3.3的 z_0 应为 z^0 。
- 第19页引理1.3.4的最后一行应为 $\mathbf{x} \mapsto (s, \mathbf{y})$ ，该定理证明第一行中的 $\nabla_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}^0, 0) \neq 0$ 应改为 $\det \nabla_{y,s}\mathbf{x}^0, 0 \neq 0$ 。
- 第20页倒数第6行， $\mathbf{x} \in V$ 后面漏了“成立”。
- 第21页倒数第4行，“投稿”应为“求导”。
- 第26页第3行，“ C 上参数曲线”应改为“ C 是参数曲线”。
- 第28页(1.4.9)左边应为 $\mathbf{y}(s)$ 。
- 第33页倒数第2行，“方向”应为“方程”。后面应该是“取很小一段区间 $[x_0, x_1]$ ”。
- 第34页倒数第5行，外力 f 的贡献应该放在最后。
- 第35页倒数第4行的初值条件应为 $w(\tau, \mathbf{x}), \partial_t w(\tau, \mathbf{x})$ 而不是在 $(0, \mathbf{x})$ 处。
- 第42页第一段末尾应再给定 $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^d$ 。
- 第43页定理2.1.3中应假设 $g = 0$ 。
- 第46页第6行最后一个等号右边应为 $r \left(\partial_t^2 v - c^2 \partial_r^2 v - c^2 \partial_r^2 \partial_r v \right)$ 。
- 第51页(2.2.14)第二行积分号外面的分母应该是 $2\pi c$ 。
- 第52页定理2.2.6取消了 $\varphi = 0$ 的假设，证明的本质不变。
- 第55页第2行，“特征值”应为“特征锥”。
- 第59页，强调了结论对有限能量解才成立，同理在第61页增加注记2.3.5说明此事。

*中国科学技术大学数学科学学院. Email: yx3x@ustc.edu.cn

- 第62页，修改了非齐次波动方程的能量估计，增加习题2.3.1.
- 第67页定理2.4.3证明的第二行多了一个 Θ .
- 第74页，增加了一个问题。
- 第75页2.5.1节第三行应为 $\hat{u}(0, \mathbf{x}) = \hat{\varphi}(\xi)$.
- 第77页引理2.5.1的证明的第三行， dS'_z 应改为 dS_z .
- 第78页倒数第3行， $E(0).2$ 应改为 $E(0)/2$.
- 第83页第9行的 $\rho(x, \delta)$ 应为 $\rho(x/\delta)$.
- 第86页，习题2.6之前加了注记2.6.1.
- 第88页，增加了问题2.6.2的评注，对应附录中问题C.2.7(Hlawka定理).
- 第93页，增加了注记3.1.2.
- 第104页习题3.2.5作了修改。
- 第107页第二行的通解应为求和形式。
- 第118页增加了注记3.4.5, 3.4.7.
- 第122页习题3.4.4(2)作了修改，增加了习题3.4.5, 3.4.6.
- 第134页问题4.1.1作了修改。
- 第134页4.2节第二行第一个“的”字多余。
- 第135页对证明叙述作了少量修改。
- 第138页Hopf引理证明的第6行，“若”应为“弱”。
- 第141页命题4.2.9的叙述更改，本质和证明不变。
- 第151页第5行 $-a^{kl}\partial_k\partial_l z + b^k\partial_k z$ 的计算过程更正笔误。
- 第152页 $-a^{kl}a^{ij}\partial_k\partial_l v\partial_j v$ 的计算过程更正笔误。
- 第154页习题4.3.3提示中的 $\varphi \in C_c^2(B_1)$.
- 第157页 $|L_\varepsilon|$ 的估计的上方文字叙述应为“基本解在球面 $\partial B(\mathbf{0}, \varepsilon)$ 上的阶为……”
- 第158页第1行应为“显式”，第二行的计算是以 $d \geq 3$ 为例， $d = 2$ 的结果是一样的。
- 第158页注记5.1.3的第二条最后一句话应为“这样的话 $\nabla \cdot v = 0$ 就等价于 $\Delta\phi = 0$ 。”
- 第165页第6行的文字说明里面“体积”应改为“表面积”。
- 第174页 $A : B$ 不是矩阵的Hadamard乘积。
- 第175页的测试函数 v 应该改为向量值函数 \mathbf{v} .
- 第176页第5行“参加”应该是“参见”。
- 第177-178页增加了习题6.1.6, 6.1.7.
- 第184页增加了波动方程动量守恒的推导。