中国科学技术大学期中试卷
2022-2023 学年第二学期

课程名称：代数拓扑　　　　课程编号：MATH5004P

考试时间：＿＿＿＿＿＿　　　　考试形式：闭卷

学生姓名：＿＿＿＿＿＿　　　　学　　号：＿＿＿＿＿＿

1. (30 分) 填空：

(a) 求同调群 $H_1(M_2,\mathbb{Z}) =$ ＿＿＿＿＿＿＿＿；

(b) G 为交换群，求同调群 $\tilde{H}_n(S^n,G) =$ ＿＿＿＿＿＿＿＿；

(c) 求同调群 $H_3(RP^7 \vee S^3,\mathbb{Z}) =$ ＿＿＿＿＿＿＿＿；

(d) 求同调群 $H_1(N_3,\mathbb{Z}) =$ ＿＿＿＿＿＿＿＿；

(e) 求同调群 $H_k(RP^n,\mathbb{Z}_2) =$ ＿＿＿＿＿＿＿＿；

(f) 求同调群 $H_k(CP^n,\mathbb{Z}) =$ ＿＿＿＿＿＿＿＿；

(g) M 为 7 维流型，$x \in M$ $H_k(M, M\backslash\{x\}) =$ ＿＿＿＿＿＿＿＿；

(h) 求 $S^n \times S^m$ 的欧拉示性数 ＿＿＿＿＿＿＿＿；

(i) 找两个拓扑空间，其同调群相同，但不同伦等价：＿＿＿＿＿＿＿＿；

(j) 求 $H_{k-1}(RP^k\backslash\{x\})$＿＿＿＿＿＿＿＿；

2. (10 分) 证明：$f: RP^{2n} \to RP^{2n}$ 有不动点。

3. (10 分) 设 $X = RP^3 \times S^1$，构造一个 X 的 CW 复型结构并利用这个 CW 复型结构求 X 的同调群。

4. (10 分) 证明：S^∞ 是可缩的。

5. (10 分) 证明：$\tilde{H}_n(X) \cong \tilde{H}_{n+1}(SX)$.

6. (10分)G 为交换群，若 A 是 X 的收缩 (retract)，证明：$H_n(X;G) \cong H_n(A;G) \oplus H_n(X,A;G)$.

7. (10 分) 若 F 是域，证明：$H^k(X,F) = Hom_F(H_k(X,F),F)$.

8. (10 分) 设 $f: S^2 \to S^2$，$\deg f = k$, $T_f = S^2 \times I/\sim$, 这里 $(x,0) \sim (f(x),1)$, 求 $H_n(T_f)$.