

2022 年秋拓扑学（华罗庚班）期中考试卷

考试时间：2022 年 11 月 16 日 7:50-9:25 考试地点：5206 教室

1. (每题 4 分) 请判断下列陈述是否正确：

(1) 杯子和帽子是同胚的；



杯子



帽子



小波



迪西

(2) 小波和迪西是同胚的；

(3) 如果 X 是开集，那么 X 一定等于 X 的闭包的内部；

(4) 如果 X 是度量空间，那么 X 中的紧集一定是有界闭集；

(5) 如果 X 是连通的， $f: X \rightarrow Y$ 是连续的满射，那么 Y 也是连通的。

(6) 假设 X 和 Y 非空，那么 $X \times Y$ 的乘积拓扑是道路连通的当且仅当 X 和 Y 都是道路连通的；

(7) 如果 f 既是连续的满射又是开映射，那么 f 一定是闭映射；

(8) 如果 $f: X \rightarrow Z$ 和 $g: Y \rightarrow Z$ 都是连续的，而且对所有的 $X \cap Y$ 中的点 x , $f(x) = g(x)$ ，那么 f 和 g 粘出来的映射是从 $X \cup Y$ 到 Z 的连续映射；

(9) 克莱因瓶的基本群是有限群；

(10) 对于任意的连续映射 $f: X \rightarrow Z$ 和连续的满射 $g: Y \rightarrow Z$ ，存在连续映射 $h: X \rightarrow Y$ 使得 f 等于 g 复合上 h 。

2. (20 分) 请在上述 10 个选项中挑选 1 个，给出证明或者给出



反例。

3. (20分) 通过考察 $\{0\}$ 这个集合与由整数构成的包含0的集合之间的关系来证明紧集的闭包不一定是紧集。

4. (20分) 用 $GL(2, \mathbb{C})$ 表示由可逆的 2×2 的复矩阵所构成的群。考察 $GL(2, \mathbb{C})$ 在 $GL(2, \mathbb{C})$ 上的共轭作用 $(A, B) \rightarrow ABA^{-1}$ ，证明这个群作用的商空间拓扑不是Hausdorff的。

