

中国科学技术大学期末试卷
2020-2021 学年第二学期 A 卷

课程名称: _____ 拓扑学 _____, 课程编号: _____ 00101601 _____
考试时间: _____, 考试形式: _____ 闭卷 _____
学生姓名: _____, 学 号: _____

1. (30 分) 填空:

- (a) 求基本群 $\pi_1(3T^2) =$ _____;
(b) 求基本群 $\pi_1(3P^2) =$ _____;
(c) 求基本群 $\pi_1(S^1 \vee P^2) =$ _____;
(d) 求基本群 $\pi_1(S^1 \times P^2) =$ _____;
(e) 求同调群 $H_5(P^5) =$ _____; 此处 P^5 改为 S^5
(f) 求同调群 $H_1(5P^2) =$ _____;
(g) 求同调群 $H_2(T^2 \vee S^2) =$ _____;
(h) $P^2 \vee P^2$ 的泛覆盖空间为 _____;
(i) 找一零调的拓扑空间, 其基本群不平凡: _____;
(j) $P: E^1 \rightarrow S^1$ 的覆盖变换群为 _____;

2. (10 分) 证明: “目”字形与 $S^1 \vee S^1 \vee S^1$ 同伦等价。

3. (10 分) 证明: 平环面 $X = \{z \in \mathbb{C} | 1 \leq |z| \leq 2\}$ 与 Möbius 带不同胚。

4. (10 分) X 为 P^2 去掉 3 个点, 求 X 的基本群。

5. (10 分) 对 $S^2 \times S^1$ 进行单纯剖分, 并根据单纯剖分求其同调群。

6. (7 分) 当 $n > 0$ 时, 若 $f: S^n \rightarrow S^n$ 的映射度不为 $(-1)^{n+1}$, 证明: f 有不动点。

7. (8 分) 证明: D^n 与 D^m 同胚当且仅当 $n = m$ 。

8. (15 分) 若 $P: X \rightarrow 2T^2$ 是 n 叶覆盖映射。证明:

- (a) X 是闭曲面;
(b) X 是 $(n+1)T^2$;
(c) 从 $(n+1)T^2$ 到 $2T^2$ 存在 n 叶覆盖映射;