

中国科学技术大学
2019-2020 学年第二学期期中试卷

考试科目: 数理逻辑 得分: _____

学生所在系: _____ 姓名: _____ 学号: _____

本试卷与答题纸同时上交方为有效

一 (21) 判断题 (在题号前的括号里打√或×)

- () 1. L 公式 $(p \rightarrow q) \rightarrow ((r \rightarrow p) \rightarrow (r \rightarrow q))$ 是永真式。
- () 2. 后件是永真式的蕴含式是永真式。
- () 3. 在命题演算中, 有效(正确)的推理都可以转化为永真式。
- () 4. 项 $f(a, x_1)$ 对公式 $\forall x_1 (R_1(b, x_1) \rightarrow R_2(x_1, x_2))$ 中的 x_2 自由。
- () 5. 任何命题公式都有唯一的合取范式和析取范式。
- () 6. 命题“所有自然数是整数”不能在 L 中适当表达, 但可以在 K 中适当表达。
- () 7. 若 $\Gamma \models p$, 则每一个 Γ 的模型都满足 p 。

二 (20) 在命题演算 L 中, 试分别用直接证明 (根据定义直接证明) 和简化证明的方法证明: $\vdash \neg\neg p \rightarrow p$ 。

三 (15) 在谓词演算中证明 $\models \forall x(p \rightarrow q) \rightarrow (\forall x p \rightarrow \forall x q)$ 。

四（13）求与下列公式等价的前束合取范式，并给出求解过程：

$$\forall x_1 R_1^2(x_1, x_2) \rightarrow \forall x_1 \forall x_2 R_2^2(x_1, x_2)。$$

五（16）甲、乙、丙、丁四人参加离散数学考试后，A、B、C三人猜测考试结果。A说：“丙第一，乙第二”，B说：“丙第二，丁第三”，C说：“甲第二，丁第四”。结果每人都猜对了一半，假设无并列名次，问甲、乙、丙、丁的实际名次如何？

六（15）下述推理是否有效？为什么？

所有羊都吃草；

所有死羊都不吃草；

所以，所有死羊都不是羊。