整理：刘志涵
授课教师：胡太忠

中国科学技术大学

2018 级统计学专业《实用随机过程》期中考试试题

所有试题解答写在答题纸上，答案写在试卷上无效

（考试时间：2020-11-23）

$1+\frac{n}{m+1}$

1. （20 分）现有 m 个偶数和 n 个奇数，$m \geq 1, n \geq 1$. 现随机地将这 $m+n$ 个数从左到右排成一行（位置编号分别为 $1, 2, \ldots, m+n$），记 W 为该序列中从左到右首次出现偶数的位置编号，求 EW（若给出两种解法，可以另加 5 分）.

2. （20 分）假设一个系统有两个服务台，服务台 i 给顾客提供的服务时间服从参数 λ_i 的指数分布，$i=1,2$. 采用先到先服务、后到排队的规则. 当顾客 A 到达系统时，发现顾客 B 和 C 各占据一个服务台. 求顾客 A 在系统中滞留的期望时间.

3. （24 分）一个元件易于受到外界的冲击的影响，冲击有两种类型. 一型冲击按平均单位时间 2 次的强度发生，每个冲击将概率 1 地使得元件失效；二型冲击按平均单位时间 8 次的强度发生，每个冲击将概率 1/2 地使得元件失效. 元件一旦失效，瞬间用同型元件替换，替换时间不计. 两种冲击产生过程独立. 记 $N(t)$ 为 $(0,t]$ 时间段元件失效的次数.

   (1) 问所有的冲击发生规律可以用什么样概率模型来描述？（要求详细描述）

   (2) 问 $\{N(t), t \geq 0\}$ 是什么样的概率模型？（要求详细描述）

   (3) 已知元件在 $(10,20]$ 时段失效 6 次，求时段 $(30,40]$ 一型冲击发生 2 次的概率.

   (4) 给定元件在 $(10,20]$ 时段失效 6 次，求该时段内一型和二型冲击期望发生的次数.

4. （16 分，每小题 8 分）某出租车公司的驾驶员可分为三类，第 i 类驾驶员每年发生的交通事故平均为 i 次，$i=1,2,3$，这三类驾驶员在公司的人数占比分别为 1/2, 1/3 和 1/6. 现随机从该公司选择一名驾驶员，记 $N(t)$ 为该驾驶员在时段 $(0,t]$ 发生的交通事故.

   (1) 问 $\{N(t), t \geq 0\}$ 是什么样的概率模型？（要求详细描述）

   (2) 给定 $N(10)=4$，求该驾驶员属于第 1 类人员的概率.

5. （20 分，每小题 10 分）设 $\{N(t), t \geq 0\}$ 是强度为 1 的齐次 Poisson 过程，事件发生时刻序列记为 $\{S_n, n \geq 1\}$，求 $\mathrm{E}\left[\sum_{k=1}^{N(t)} \log S_k\right]$.

S_k —— $f(U_k$

$f(S_k)$