



中国科学技术大学

UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY OF CHINA

Hefei, Anhui. 230026 The People's Republic of China

1. $r(t) = (3t - t^2, 3t^2, 3t + t^2)$, 求 r 的曲率, 挠率
2. 证明: (1) 若曲线主法向量过定点, 则该曲线一定是圆弧
(2) 若曲线挠率与曲率之比为定值, 则该曲线切向量与某固定方向成定角.
3. $r(u, v) = (u, v, \frac{1}{2}(au^2 + bv^2))$, 求第一、第二基本形式.
与在 $v=0$ 点的主曲率, 平均曲率, Gauss 曲率.
4. 求证 Hopf 不变式 $\chi = \omega^1 \omega_2^3 - \omega^2 \omega_1^3$ 与正标架选取无关.
5. Σ 曲面, 参数为 (u^1, u^2) . $\{e_1, e_2, e_3\}$ 为正交活动标架
 $\omega^1 = du^1, \omega^2 = du^2, \omega_1^2 = 0, \omega_1^3 = \omega^1, \omega_2^3 = 0$.
 $\tilde{\Sigma}$ 为 $(\cos u^1, -\sin u^1, u^2)$. 求证: $\tilde{\Sigma}$ 与 Σ 相差一个刚体运动.
6. (1) 曲面上一条曲线 C , 由 C 上每点处曲面法线生成的曲面的 Gauss 曲率恒为 0, 求证: C 为曲率线.
(2) 非脐点曲面 Σ , Gauss 曲率恒为 0, 求证: Σ 上存在局部存在曲率线网 (u, v) 满足 $|r'| \equiv 1$.

2020年秋季学期 微分几何H期中考试
整理: 叶子恺
授课教师: 张希