2017年春季学期实分析（西区）期中考试

整理人：章俊彦 zhangjy9610@gmail.com

主讲教师：郭经纬

1. 设$E \subseteq \mathbb{R}^d$, 则E可测当且仅当对任意$\epsilon > 0$, 存在开集G_1包含E, G_2包含E^c, 使得$m(G_1 \cap G_2) < \epsilon$.

2. (1) 设$f \in C(\mathbb{R}), g$是$\mathbb{R}$上的可测函数. 若对任意零测集Z, $f^{-1}(Z)$是可测集, 求证: $g(f(x))$可测.

(2)若$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$是单调递增函数（不一定严格），求证：$f$是Borel可测的.

3. 证明Lusin定理.

4. (1)若W是不可测集, E是可测集, 求证：$E \Delta W$不可测.

(2)设$W \subseteq [0, 1]$不可测, 求证：存在$\epsilon \in (0, 1)$, 使得对任意满足$m(E) \geq \epsilon_0$的可测集E, 都有$E \cap W$不可测.

5. 设$\{E_j\}$是$\mathbb{R}^d$中的一列互相不交的可测集, 求证：对任意$A \subseteq \mathbb{R}^d$, 成立

$$m_*(A \cap (\bigcup_{j=1}^{\infty} E_j)) = \sum_{j=1}^{\infty} m_*(A \cap E_j).$$