

2016年春季学期拓扑学/拓扑学(H)期末考试

整理人：章俊彦 zhangjy9610@gmail.com

主讲教师：宋百林 考试时间：2016年6月16日 8:30-10:30

- 1.(普通班) 设拓扑空间 X 单连通, $x_0 \in X$, 求证: $\pi_1(X, x_0)$ 平凡.
- 2.(普通班) 设 $E_1 \xrightarrow{\tilde{p}} E \xrightarrow{p} B$ 均是复叠映射, B 是局部半单连通的, 求证: $p \circ \tilde{p} : E_1 \rightarrow B$ 也是复叠映射.
3. 求证: 对于任意正整数 n , 连续映射 $f : \mathbb{R}P^{2n} \rightarrow \mathbb{R}P^{2n}$ 必有不动点.
4. 若 $x \in \mathbb{E}^2$, U 是 x 的邻域, 求证: $U - \{x\}$ 不是单连通的.
5. 求 \mathbb{E}^3 挖去三根坐标轴之后所得拓扑空间的基本群.
6. 设 $x_0 \in \mathbb{S}^{n-1} = \partial D^n$, 求证: $\mathbb{S}^{n-1} - \{x_0\}$ 是 $D^n - \{x_0\}$ 的形变收缩核.
7. 证明: $\mathbb{R}P^2 \rightarrow \mathbb{T}^2$ 只有一个映射类.
8. 计算以下拓扑空间的同调群: $\mathbb{C}P^n, M_g, N_g$.
9. 求证: D^m 同胚于 D^n 当且仅当 $m = n$.
10. 求 n 为单纯锥的同调群, 要求使用单纯同调.
- 11.(华罗庚班) 构造拓扑空间 X 使得其CW复形为 $e^0 \cup e^1 \cup \dots \cup e^n$.
- 12.(华罗庚班) 求 $\mathbb{R}P^n \vee \mathbb{R}P^n$ 的所有复叠空间.