

# 概率论期中试题 2016年4月7日

整理：张桐\*

- 1、(15分) 对一副 52 张的扑克牌，任意抽取 5 张，求下列事件的概率：
  - (1) 最大同花顺 (10, J, Q, K, A 为同一花色)
  - (2) 四同点 (4 张牌的点数相同)
  - (3) 顺子 (5 张牌的点数顺序连续，但不考虑花色)
  - (4) 两对 (4 张牌成两对与另外的一张牌)
  - (5) 一对 (2 张牌的点数相同与另外 3 张不同的牌)
- 2、(15分) 详述概率空间三要素的含义。
- 3、(10分) 选择题有四个答案，只有一个是正确的，不懂的学生从中随机选择。假设一个学生懂与不懂的概率都是  $\frac{1}{2}$ ，求某学生在答对条件下他对该题确实懂得概率。
- 4、(15分) 若定义随机变量  $X$  的分布函数为  $G(x) = P(X < x)$ ，证明  $G(x)$  仍为  $R$  上的单调函数，但这时为左连续函数，并用  $G(x)$  来表示事件  $\{y \leq X \leq x\}$  的概率。
- 5、(15分) 先掷一个均匀骰子，然后抛出与显示点数相同的均匀硬币，记  $X$  为正面朝上的硬币数。回答：(1) 求  $X$  的期望；(2) 若  $X = 3$ ，问骰子掷出  $n$  点的概率多大？
- 6、(15分) 对正整数  $N$ ，随机变量  $X$  服从  $A = \{0, 1, \dots, N-1\}$  上均匀分布，即任给  $k \in A$  有  $P(X = k) = \frac{1}{N}$ 。回答：(1) 若  $\{X_i, i \geq 1\}$  相互独立且与  $X$  同分布，又若参数为  $p$  的几何分布  $M$  与  $\{X_i, i \geq 1\}$  独立，求  $S = X_1 + \dots + X_M$  的母函数；(2) 当  $N$  为合数时，试证  $X$  可以表示为两个独立的非退化随机变量之和。
- 7、(15分) 对直线上的简单随机游动  $S_n$ ， $S_0 = 0$ ，记  $\tau_m = \inf\{n \geq 0 : S_n = m\}$ ，试证：(1)  $E(\tau_1) = \infty$ ；(2)  $\tau_2 - \tau_1$  与  $\tau_1$  独立且同分布。  
附：以上各题可能用到的数学公式： $n! \sim n^n e^{-n} \sqrt{2\pi n}$

---

\*mail:zt001062@mail.ustc.edu.cn phone:18856017324