

2013年春季学期调和和分析期末考试

整理人: 章俊彦 zhangjy9610@gmail.com

主讲教师: 刘聪文

- 1、证明或否定: 不等式 $\|f * g\|_2^2 \leq \|f * f\|_2 \|g * g\|_2$ 对所有 $f, g \in \mathcal{S}$ 成立。
- 2、证明: $f \in L^1_{loc}(\mathbb{R}^d)$ 的Hardy-Littlewood极大函数 Mf 是下半连续的。
- 3、设 $\epsilon > 0$. 定义算子 T 作

$$Tf(x) = \int_{|x-y|>1} \frac{f(y)}{|x-y|^{d+\epsilon}} dy, \quad f \in \mathcal{S}(\mathbb{R}^d).$$

证明: T 是弱 $(1, 1)$, 强 (p, p) 型算子 $(1 < p < \infty)$.

- 4、设 A 是 d 阶正定对称方阵, 计算 $f(x) = e^{-\langle Ax, x \rangle}$ 的傅立叶变换。
- 5、设 $f \in L^p(\mathbb{R})$, $1 < p < \infty$. 证明: $H(Hf) = -f$ a.e.