

# 中国科学技术大学

## 2016—2017学年第一学期试卷A卷

考试科目 时间序列分析 得分

所在系 姓名 学号

考试时间: 2016年12月5日上午9:50—11:50; 使用简单计算器

### 一. 填空题(每空2分,答题请写在试卷上):

1 考虑AR(1)模型 $X_t = \phi X_{t-1} + \epsilon_t$ , 令 $Y_k = X_{2k}, k = 1, 2, \dots$ , 序列 $Y_k$ 是什么模型? .

2 考虑季节模型

$$X_t = (1 - \theta_1 B)(1 - \theta_{12} B^{12})\epsilon_t,$$

则 $\rho_{11} =$  ,  $\rho_{12} =$  ,  $\rho_{13} =$  .

3 关于随机游走序列 $X_t = X_{t-1} + \epsilon_t, \epsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$ . 则 $\mu_t = EX_t =$  ,  
 $Var(Y_t) =$  ,  $\gamma_{s,t} = EX_s X_t =$  .

4 在下列表填上相对应的指数平滑法

线性趋势	季节效应	选择指数平滑类型
无	无	
有	无	
有	有	

5 ARMA(p, 2) 模型

$$X_t = \phi_0 + \phi_1 X_{t-1} + \dots + \phi_p X_{t-p} + \epsilon_t + \theta_1 \epsilon_{t-1} + \theta_2 \epsilon_{t-2}$$

可逆域为 .

6 Dicky-Fuller 检验的零假设是说被检验的时间序列 . 当随机误差项不存在自相关时, 用 进行单位根检验; 当随机误差项存在自相关时, 用 进行单位根检验.

7 设AR(p)模型

$$X_t = \phi_0 + \phi_1 X_{t-1} + \dots + \phi_p X_{t-p} + \epsilon_t$$

的传递形式为 $X_t = \mu + \sum_{k=0}^{\infty} \psi_k \epsilon_{t-k}$ , 则 $\sum_{k=0}^{\infty} \psi_k (\frac{1}{2})^k =$  . (假设 $\phi_0, \phi_1, \dots, \phi_p$ 已知)

8 对于满足MA(q)模型

$$X_t = \mu + \epsilon_t - \theta_1 \epsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \epsilon_{t-q}$$

的序列 $\{X_t, t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ 来说, 已知 $X_t, X_{t-1}, \dots$ 时,  $X_{t+l}$ 的最佳线性预测 $\hat{X}_t(l)$ 为( $0 < l \leq q$ )的均方误差为\_\_\_\_\_.

二. (20分) 设 $\{X_t, t = \pm 1, \pm 2, \dots\}$ 是满足AR(2)模型

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} - \frac{\phi_1^2}{4} X_{t-2} + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim WN(0, \sigma^2), |\phi_1| < 2$$

的AR(2)序列. 求

1) 已知 $X_t, X_{t-1}, \dots$ 时,  $X_{t+l}$ 的最佳线性预测 $\hat{X}_t(l)$ .

2) 试求1)中 $\hat{X}_t(l)$ 的均方误差 $E[e_t(l)^2]$ ,  $l = 1, 2, \dots$ .(用 $\{X_t, t = \pm 1, \pm 2, \dots\}$ 的自协方差函数表示.

(3)试求极限 $\lim_{t \rightarrow \infty} E[e_t(l)^2]$ .

三. (15分) 设 $\{X_t\}$ 和 $\{Y_t\}$ 为两个互不相关的时间序列, 令 $Z(t) = X(t) + Y(t)$ .

1) 若 $X_t$ 为可逆的ARIMA(0,0,1)序列,  $Y_t$ 为ARIMA(0,1,0)序列, 请问 $Z_t$ 为哪种序列?

2) 若 $X_t$ 为ARIMA(1,1,0)序列,  $Y_t$ 为ARIMA(0,1,1)序列, 请问 $Z_t$ 为哪种序列?

四. (15分)考虑下面的时间序列

$$Y_t = 0.4Y_{t-1} + 0.45Y_{t-2} + \epsilon_t + \epsilon_{t-1} + 0.25\epsilon_{t-2}, \quad \epsilon_t \sim WN(0, \sigma^2).$$

(1)写出该模型的简化形式;

(2)检验该模型是否满足平稳和可逆条件;

(3)如果是平稳的写出传递形式。

五. (20分) 考虑如下平稳时间序列模型

$$X_t = \epsilon_t - 0.4\epsilon_{t-1} + 0.6\epsilon_{t-2}, \quad \epsilon_t \sim WN(0, 3)$$

我们关注的是 $U_t = X_t + X_{t+1}$ , 基于 $t$ 之前历史信息 $\{X_s, s \leq t\}$ 预测 $U_{t+1}$ , 则最佳的线性预测是多少? (求出表达式) 预测的误差多少?