2014

2021.8 ©brealid@mail.ustc.edu.cn

1. $y = \frac{1}{\pi} sin(\pi x) + C(x \in (2013, 2014])$
2. 36
3. $y = \frac{3}{2}x \pm \frac{\sqrt{13}}{2}$,$y = \frac{5}{12}x + \frac{13}{12}$
4. $y = 1.15x - 0.3$
5. $\frac{7\pi}{3} - 4$ 或 $4 + \frac{2\pi}{3}$
6. 向量 $(\frac{3\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$
7. 6
8. 3
9. 【答案很可能有误】
   $S(\theta) = \arccos\sqrt{2}\sin(\frac{\pi}{4} - \theta) - \sqrt{2}sin(\frac{\pi}{4} - \theta)\sqrt{sin2\theta}$
   $S^{'}(\theta) = \frac{\sin\theta + \cos\theta + \cos 2\theta(\sin\theta - cos\theta)}{\sqrt{\sin 2\theta}} + \sqrt{\sin 2\theta}(\cos\theta + \sin\theta)$
   画图：我放弃
10. 由于光总沿着最短路传播，且椭圆上任意一点 P 满足 $\overline{PF_1} + \overline{PF_2} = 2a$，所以每个点都有成为候选点的能力。
    一个候选点可以成为真正的反射点，当且仅当把 F_1P 与 PF_2 当成入射光线和出射光线，构成的反射面（线）是椭圆的切线。
    由于椭圆的切线上的点 Q 满足 $F_1Q + F_2Q > 2a$，所以均不可能成为候选点；若构成的反射面（线）不是椭圆的切线，则存在点 Q 满足 $F_1Q + F_2Q < 2a$，矛盾。
11. $E(F_1) = 4$

c	0	1	2	3	4	5
$P(F_1 = c)$	0	0	0	0	1	0

$E(F_2) = 3.2$

c	0	1	2	3	4	5
$P(F_1) = c$	0	0	0	0.64	0.32	0.04oo

$\lim\limits_{n\to+\infty} E(F_n) = 2.5$

c	0	1	2	3	4	5
$\lim\limits_{n\to+\infty} P(F_n = c)$	0	0	0.5	0.5	0	0

求法：

记 $f_{n,c}=P(F_n=c)$，并定义 $f_{n,0}=f_{n,6}=0$，则有

$$f_{n,c}=\frac{(c+1)^2}{25}f_{n,c+1}+\frac{(n-(c-1))^2}{25}f_{n,c-1}+\frac{2c(n-c)}{25}f_{n,c}(1\le c\le 5)$$